



Vecteur accélération

On va étudier deux mouvements dans le but de déterminer les coordonnées du vecteur position \vec{OM} en fonction du temps et en déduire les coordonnées des vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} .

I. Mouvement rectiligne uniformément accéléré

On se propose de modéliser un test d'accélération d'une voiture sur une piste avec une maquette de voiture (SmartCart) qui peut se déplacer sans frottements sur un rail horizontal.

Document 1 : Essai extrême de la McLaren 720 s

➤ Voir la vidéo : <http://acver.fr/j5y>



La McLaren 720S crache 720ch, atteint 300 km/h en 20 s, culmine à 341 km/h, repasse de 200 km/h à l'arrêt en 4,6 s.

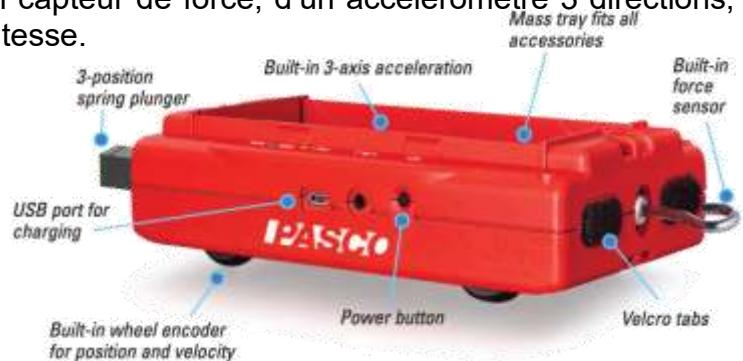
D'après www.largus.fr.

Document 2 : SmartCart

La maquette SmartCart est équipée d'un capteur de force, d'un accéléromètre 3 directions, et d'une roue mesurant la position et la vitesse.

Liste du matériel :

- Smart Cart
- Poulie
- Potence avec pinces
- Ficelle
- Masse de 20 g
- Notice



Modélisation d'un test d'accélération d'une voiture :

Une masse reliée via une poulie permet d'exercer une force horizontale constante sur le SmartCart.

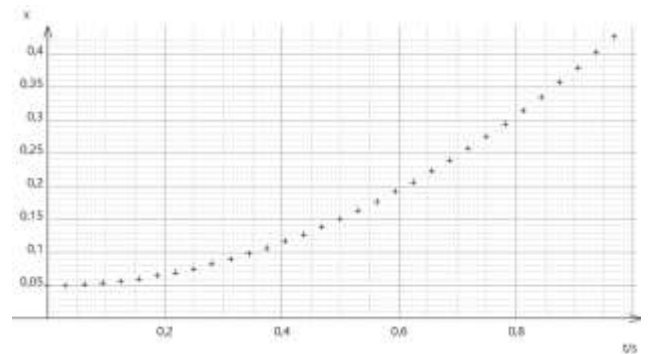


Document 3 : Position, vitesse, accélération

Position \vec{OM}	Vitesse \vec{v}	Accélération \vec{a}
La position d'un point M à la date t est donnée par le vecteur position $\vec{OM}(t)$.	Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ de M à la date t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :	Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de M à la date t est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :
\vec{OM} a pour abscisse x	$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$.	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.
x s'exprime en m.	\vec{v} a pour abscisse $v_x = \frac{dx}{dt}$	\vec{a} a pour abscisse $a_x = \frac{dv_x}{dt}$
	en m.s ⁻¹	en m.s ⁻²

Q1. En utilisant le protocole du document 2 et les notices, tracer l'évolution de l'abscisse x d'un point M du SmartCart, accéléré par une force constante, en fonction du temps.
Si la courbe représentative de $x = f(t)$ a une allure similaire à celle-ci-dessous, passer à la suite.

Q2. Comment se nomme ce type de courbe ?



Q3. Dans regressi, à l'aide de la modélisation, recopier l'équation de $x(t)$ en remplaçant a , b et c par leurs valeurs numériques.

$$x(t) =$$

Q4. En utilisant le document 3, dériver la fonction $x(t)$ afin d'obtenir la fonction $v_x(t)$.

$$v_x(t) =$$

Puis dériver à nouveau pour obtenir la fonction $a_x(t)$:

$$a_x(t) =$$

Q5. Dans regressi, créer les grandeurs v_x et a_x (voir notice).

Sur un même graphique, imprimer les courbes représentatives de v_x et a_x en fonction du temps. Les formes de ces courbes sont-elles en accord avec les fonctions obtenues en Q4. et Q5. ? Justifier.

Un programme en langage Python, dont un extrait est donné ci-dessous, permet d'extraire les coordonnées recueillies du fichier regressi et de les exploiter.

```

75 for i in range(1,N-1) :
76     # Calcul de la coordonnée vxi du vecteur vitesse sur l'axe x au point n°i
77     vxi=(x[i+1]-x[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
78     vx.append(vxi) # insère la valeur vxi en dernière position de la liste vx
79
80     # Calcul de la norme vi du vecteur vitesse au point n°i
81     vi=(vxi**2)**(1/2)
82     v.append(vi) # insère la valeur vi en dernière position de la liste v
83
...
113 for i in range(2,N-2) :
114     # Calcul des coordonnées delta_vxi du vecteur variation de vitesse
115     # sur l'axe x au point n°i, et des coordonnées axi du vecteur accélération
116     delta_vxi= vx[i+1]-vx[i-1]
117     axi=delta_vxi/(t[i+1]-t[i-1])
118     ax.append(axi) # insère la valeur axi en dernière position de la liste ax
119
120     # Calcul de la norme du vecteur accélération au point n°i
121     ai=(axi**2)**(1/2)
122     a.append(ai) # insère la valeur ai en dernière position de la liste a

```

Q6. Recopier la ligne du programme qui a permis de calculer la coordonnée v_x du vecteur vitesse.

Q7. Recopier la ligne du programme qui a permis de calculer l'accélération a_x du vecteur accélération.

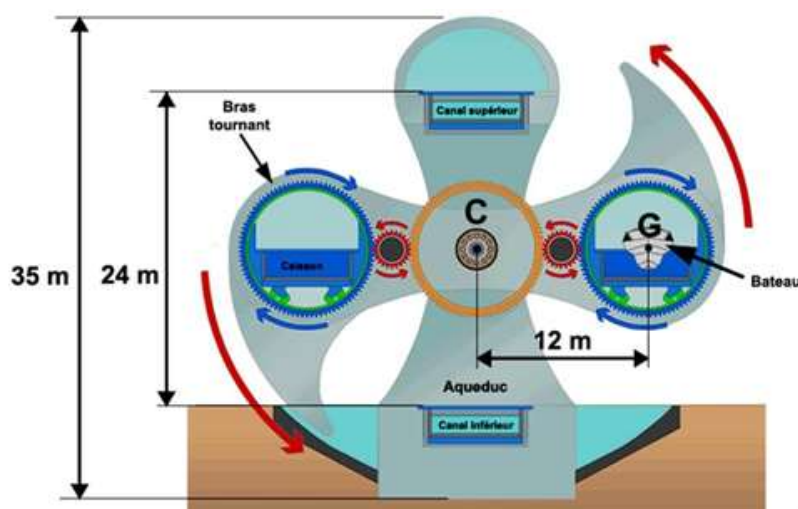
Q8. En utilisant le document 1, calculer l'accélération moyenne, en $m.s^{-2}$, lors de la phase $0 km.h^{-1}$ à $300 km.h^{-1}$ puis lors du freinage de $200 km.h^{-1}$ à $0 km.h^{-1}$. Comparer avec la valeur de l'accélération du SmartCart.

II. Mouvement circulaire uniforme

Document 4 L'ascenseur à bateaux de Falkirk

La Roue de Falkirk est un ascenseur rotatif à bateaux, reliant le canal inférieur (Forth and Clyde Canal) au canal supérieur (Union Canal), près de la ville de Falkirk dans le centre de l'Écosse.

Timelapse Vidéo
<http://acver.fr/j6b>



Document 5 Positions du centre de masse G

Le système d'enregistrement permet de prendre une succession de photographies à intervalles de temps égaux, puis de les superposer afin d'étudier un mouvement.

La superposition des photographies de la roue prises par un photographe amateur depuis la rive et un dispositif de pointage ont permis de repérer l'évolution de la position du point G lors de l'ascension d'un bateau.

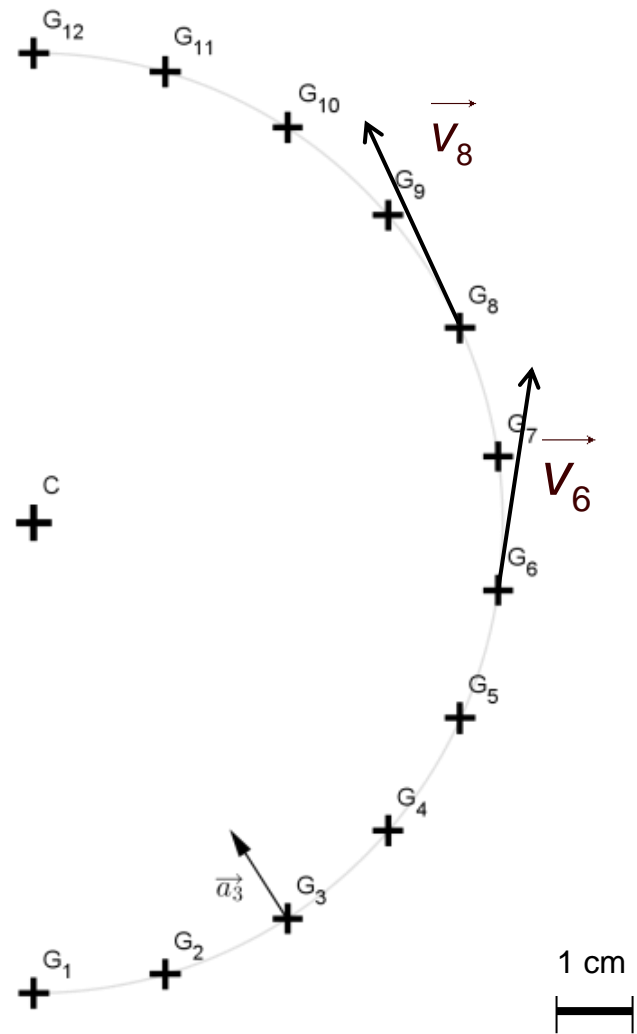
Échelles :

Distance : 1 cm sur le schéma représente 2,0 m dans la réalité

Vitesse : 1 cm sur le schéma représente 0,04 m.s⁻¹

Accélération : 1 cm sur le schéma représente 8,0×10⁻⁴ m.s⁻²

Δt : durée entre deux photographies successives : 30 s



Position du centre de masse G lors de l'ascension
Le référentiel d'étude est un référentiel terrestre lié au sol.

Document 6 Méthode de tracé d'un vecteur accélération

En première, on a vu, lors du TPP4, comment tracer un vecteur vitesse $\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ puis un vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}$.

L'accélération en une position G_i , à la date t_i , peut être assimilée à l'accélération moyenne entre deux dates très proches t_{i-1} et t_{i+1} : $\vec{a}_i = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$.

Pour construire le vecteur accélération \vec{a}_i :

- Construire en G_i le vecteur $\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$ avec l'échelle de vitesse 1 cm \rightarrow 0,04 m.s⁻¹.
- Mesurer la longueur du segment fléché représentant $\Delta\vec{v}$, puis déterminer sa valeur Δv .
- Calculer $a_i = \frac{\Delta v_i}{\Delta t}$.
- Construire en G_i le vecteur \vec{a}_i sachant qu'il est colinéaire à $\Delta\vec{v}_i$ et de même sens. En utilisant l'échelle de l'accélération fournie.

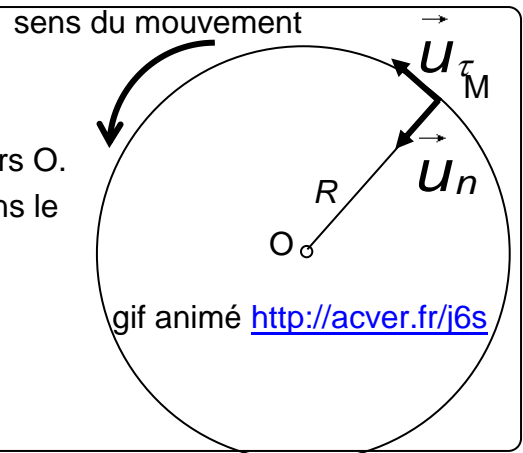
Document 7 Repère de Frenet

Le repère de Frenet noté $(M, \vec{u}_n, \vec{u}_\tau)$ est défini par :

- une origine mobile liée au point étudié ;
- un vecteur unitaire \vec{u}_n selon la direction (OM) et orienté vers O.
- un vecteur unitaire \vec{u}_τ tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement

Dans ce repère, le vecteur accélération a pour expression :

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{u}_\tau + a_n \cdot \vec{u}_n \quad \text{avec } a_\tau = \frac{dv}{dt} \text{ et } a_n = \frac{v^2}{R}$$



Q9. Décrire le mouvement du centre de masse lors de l'ascension. Préciser le référentiel choisi. Justifier chaque adjectif employé.

Q10. Sur le doc. 5, les vecteurs vitesses \vec{v}_6 et \vec{v}_8 sont tracés. On donne $v_6 = v_8 = 0,12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Donner les expressions qui ont permis de calculer ces valeurs de vitesses en positions 6 et 8.

Q11. Construire sur le document 5, le vecteur variation de vitesse en position G7 $\Delta\vec{v}_7 = \vec{v}_8 - \vec{v}_6$. Par mesure graphique, déterminer sa valeur Δv_7 .

Q12. En appliquant la méthode du document 6, calculer l'accélération en position G7. Tracer le vecteur accélération \vec{a}_7 . Indiquer la démarche et tous les calculs réalisés.

Q13. À l'aide des documents 4 et 7, calculer les coordonnées a_n et a_τ du vecteur accélération dans le repère de Frenet en G7.

Q14. Montrer que ces coordonnées sont en accord avec celles obtenues graphiquement en Q11.