

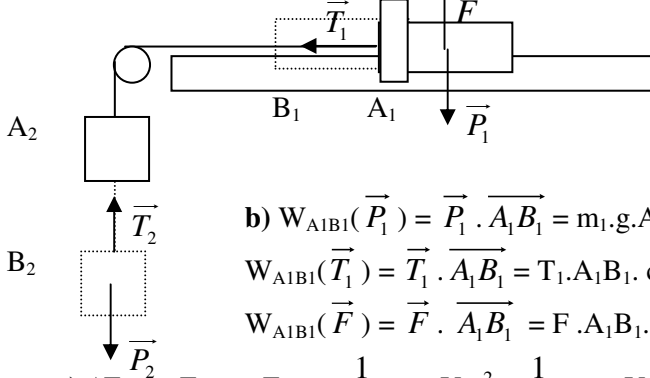


ÉNERGIE CINÉTIQUE et TRAVAIL CORRECTION

II. Prévisions:

La vitesse du système 1 (chariot) dépend de sa masse m_1 , de la masse du système 2, de la distance parcourue et du référentiel choisi.

III. Étude théorique: (référentiel banc Magnum, terrestre supposé galiléen)



1) Système 1: le chariot

- a) Bilan des forces:
- son poids \vec{P}_1
 - tension du fil \vec{T}_1
 - poussée exercée par l'air \vec{F}

$$b) W_{A1B1}(\vec{P}_1) = \vec{P}_1 \cdot \vec{A_1B_1} = m_1 \cdot g \cdot A_1B_1 \cdot \cos 90 = 0$$

$$W_{A1B1}(\vec{T}_1) = \vec{T}_1 \cdot \vec{A_1B_1} = T_1 \cdot A_1B_1 \cdot \cos 0$$

$$W_{A1B1}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{A_1B_1} = F \cdot A_1B_1 \cdot \cos 90 = 0$$

donc $W_{A1B1}(\vec{T}_1) = T_1 \cdot A_1B_1$

$$c) \Delta E_{C1} = E_{CB1} - E_{CA1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{B1}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{A1}^2$$

$$d) \Delta E_{C1} = E_{CB1} - E_{CA1} = \Sigma W_{A1B1}(\vec{F}_{ext})$$

$$\Delta E_{C1} = W_{A1B1}(\vec{T}_1)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{B1}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{A1}^2 = W_{A1B1}(\vec{T}_1)$$

2) Système 2: la masse m_2 suspendue

- a) Bilan des forces:
- son poids \vec{P}_2
 - tension du fil \vec{T}_2

$$b) W_{A2B2}(\vec{P}_2) = \vec{P}_2 \cdot \vec{A_2B_2} = m_2 \cdot g \cdot A_2B_2 \cdot \cos 0$$

donc $W_{A2B2}(\vec{P}_2) = m_2 \cdot g \cdot A_2B_2$

$$W_{A2B2}(\vec{T}_2) = \vec{T}_2 \cdot \vec{A_2B_2} = T_2 \cdot A_2B_2 \cdot \cos 180$$

donc $W_{A2B2}(\vec{T}_2) = - T_2 \cdot A_2B_2$

$$c) W_{A1B1}(\vec{T}_1) = T_1 \cdot A_1B_1 \text{ et } W_{A2B2}(\vec{T}_2) = - T_2 \cdot A_2B_2$$

On sait que $A_1B_1 = A_2B_2$ et d'autre part on a $T_1 = T_2$

donc $W_{A1B1}(\vec{T}_1) = - W_{A2B2}(\vec{T}_2)$

d) On a $V_{A1} = V_{A2}$ puisque les deux systèmes sont reliés par un fil tendu, ils se déplacent d'une même distance pendant une même durée.

De même $V_{B1} = V_{B2}$.

Donc pour la suite $V_{A1} = V_{A2} = V_A$ et $V_{B1} = V_{B2} = V_B$

$$e) \Delta E_{C2} = E_{CB2} - E_{CA2}$$

$$\Delta E_{C2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2$$

$$f) \Delta E_{C2} = E_C(B_2) - E_C(A_2) = \Sigma W_{A2B2}(\vec{F}_{ext})$$

$$\Delta E_{C2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 = W_{A2B2}(\vec{P}_2) + W_{A2B2}(\vec{T}_2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 - W_{A2B2}(\vec{P}_2) = W_{A2B2}(\vec{T}_2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 - m_2 \cdot g \cdot AB = W_{A2B2}(\vec{T}_2)$$

3) 2c donne $W_{A1B1}(\vec{T}_1) = -W_{A2B2}(\vec{T}_2)$

or 1d donne $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{B1}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_{A1}^2 = W_{A1B1}(\vec{T}_1)$

et 2f donne $\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 - m_2 \cdot g \cdot AB = W_{A2B2}(\vec{T}_2)$

donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_A^2 &= -\left(\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 - m_2 \cdot g \cdot AB \right) \\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_A^2 &= -\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 + m_2 \cdot g \cdot AB \\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_B^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_B^2 &= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_A^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_A^2 + m_2 \cdot g \cdot AB \\ \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot V_B^2 &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot V_A^2 + m_2 \cdot g \cdot AB \\ V_B^2 &= V_A^2 + \frac{2 \cdot m_2 \cdot g \cdot AB}{(m_1 + m_2)} \end{aligned}$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + \frac{2 \cdot m_2 \cdot g \cdot AB}{(m_1 + m_2)}}$$

Cette expression littérale est conforme à nos prévisions, car elle comporte tous les paramètres prévus.

IV. Validation du modèle théorique

1) Variation de la masse du système 2, la masse du système 1 étant constante:

$m_1 = 51,5 \text{ g}$

Pour $m_2 = 75 \text{ g}$

x_{initiale}	x_{finale}	distance parcourue AB (en m)
0,1548	0,2916	0,1368

valeurs données à titre d'exemple

vitesse initiale V_A	vitesse finale V_B	vitesse finale V_B théorique $V_B = \sqrt{V_A^2 + \frac{2 \cdot m_2 \cdot g \cdot AB}{(m_1 + m_2)}}$	erreur relative en% $\frac{ V_B - V_{B \text{ théorique}} }{V_{B \text{ théorique}}} \times 100$
0,1274	1,212	1,268	4,41%

$m_1 = 51,5 \text{ g}$

Pour $m_2 = 150 \text{ g}$

x_{initiale}	x_{finale}	distance parcourue AB (en m)
0,1512	0,2916	0,1404

vitesse initiale V_A	vitesse finale V_B	vitesse finale V_B théorique	erreur relative en%
0,2238	1,384	1,4494	4,51%

2) Variation de la masse du système 1, la masse du système 2 étant constante:

On fixe $m_2 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ g}$ et pour $m_1 = 51,5 + 50 = 101,5 \text{ g}$

x_{initiale}	x_{finale}	distance parcourue AB (en m)
0,166	0,306	0,140

vitesse initiale V_A	vitesse finale V_B	vitesse finale V_B théorique	erreur relative en%
0,134	0,960	0,962	0,2%

Pour $m_1 = 251,5 \text{ g}$

x_{initiale}	x_{finale}	distance parcourue AB (en m)
0,1872	0,3276	0,1404

vitesse initiale V_A	vitesse finale V_B	vitesse finale V_B théorique	erreur relative en%
0,03657	0,5563	0,6769	17,81%

Le modèle établi est valable tant que les frottements entre le système 1 et le banc sont négligeables. Ce qui n'est pas le cas pour la dernière expérience. (on entend d'ailleurs les frottements quand m_1 vaut 251,5 g).